

Logica/Logica per l'Informatica – Settembre 2022

1. Scrivere due formule che rappresentino adeguatamente i seguenti enunciati, in un linguaggio che contiene i simboli di predicato pacco^1 , ufficio_postale^1 e spedisce^2 (il numero ad apice indica il numero degli argomenti):

(A) Tutti gli uffici postali spediscono dei pacchi.

(B) I pacchi sono stati spediti tutti dallo stesso ufficio postale.

Definire inoltre un'interpretazione \mathcal{M} con dominio $D = \{0\}$ in cui la formula F che rappresenta l'enunciato A sia falsa, e dimostrare formalmente che $\mathcal{M} \not\models F$.

2. Dimostrare mediante risoluzione SLD l'insoddisfacibilità dell'insieme di clausole $\{\neg p(x) \vee p(f(x)), \neg p(x) \vee q(f(x), x), \neg r(x, y) \vee \neg q(x, y), \neg p(x) \vee r(x, c), p(c)\}$. Indicare ad ogni passaggio la sostituzione applicata e costruire la sostituzione di risposta determinata dalla dimostrazione.
3. Si consideri la rappresentazione di un sistema, *senza vincoli di fairness*, sul linguaggio proposizionale $\{\text{request}, \text{served}\}$, il cui spazio degli stati è costituito da due stati A e B . L'etichetta di A è $\{\text{request}\}$ e quella di B è $\{\text{served}\}$. L'unico stato iniziale è A e le transizioni sono $\{A, B\} \times \{A, B\}$ (cioè da ogni stato si può andare ovunque).

Sia $F = \Box(\text{request} \rightarrow \Diamond \text{served})$, la cui negazione è rappresentata dall'automa $\mathcal{B} = \langle S, \Delta, I, L, \Sigma, F \rangle$, dove $S = \{1, 2, 3\}$, $\Delta = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$, $I = \{1, 3\}$, $L(1) = \text{request} \wedge \neg \text{served}$, $L(2) = \neg \text{served}$, $L(3) = \top$, $\Sigma = 2^{\{\text{request}, \text{served}\}}$ e $F = \{1, 2\}$.

Verificare formalmente che il sistema sopra descritto non soddisfa la specifica F ed evidenziare un'esecuzione del sistema che non soddisfa F (Attenzione: si osservi che gli stati dell'automa che rappresenta il sistema sono etichettati da insiemi di atomi, non da formule, e devono dunque essere inizialmente rietichettati).

Quale vincolo di fairness si potrebbe imporre sul sistema per garantire che soddisfi la specifica? Motivare la risposta, evidenziando cosa cambierebbe nella verifica formale.

4. **Integrazione per l'esame da 9 CFU.** Conveniamo di rappresentare in Prolog i letterali come segue: le formule atomiche sono rappresentate da atomi Prolog e la negazione di un atomo è rappresentata da una struttura della forma $\text{not}(\text{F})$, dove F è un atomo Prolog. Una congiunzione di letterali è rappresentata semplicemente da una lista di letterali. Scrivere un predicato Prolog $\text{contradictory}(+\text{F}, +\text{G})$, dove F e G rappresentano, rispettivamente, le congiunzioni di letterali F e G , che ha successo se e solo se la congiunzione $F \wedge G$ è contraddittoria (contiene cioè un letterale e il suo complementare).