Logica per l'Informatica – Febbraio 2022

1. Si considerino la formula $F = \exists x(p(x) \wedge \forall y(q(y) \wedge r(x,y))$ e l'interpretazione $\mathcal{M}$ con dominio $D = \{0,1\}$, e tale che $\mathcal{M}(p) = \{0\}$, $\mathcal{M}(q) = \{1\}$, $\mathcal{M}(r) = \{\langle 0,1 \rangle\}$. Verificare, utilizzando soltanto la definizione della relazione $\models$ (e non equivalenze logiche note) se $\mathcal{M}$ è un modello di F oppure no.

   Determinare un'affermazione informale (in italiano) che possa considerarsi adeguatamente rappresentata dalla formula F.

2. Derivare per risoluzione la clausola vuota dall'insieme

   $$S = \{q(a), \neg p(y) \vee r(a,y), \neg q(x) \vee \neg s(y) \vee \neg r(x,y), p(c), s(c)\}$$

   Determinare se la risoluzione SLD è completa per questo insieme di clausole (giustificando la risposta). In caso di risposta affermativa, applicare la risoluzione SLD e costruire alla fine la sostituzione di risposta. Altrimenti applicare la strategia lineare. In ogni caso, indicare ad ogni passaggio la sostituzione applicata.

3. Sviluppare un tableau completo per la formula $F = \Diamond(\neg p \wedge \Box q)$. Identificare l'insieme f_F dei nodi di accettazione di F e caratterizzare i cammini aperti del tableau. Rappresentare graficamente un automa di Büchi $\mathcal{A}$ che accetti tutti e solo i modelli di F. Nel tableau numerare i nodi e utilizzare la stessa numerazione nella rappresentazione dell'automa.

   Determinare, infine, un'esecuzione di accettazione ρ dell'automa $\mathcal{A}$ e una parola $\mathcal{M}$ letta da ρ (quindi accettata da $\mathcal{A}$).

4. Sia $\mathcal{A}$ un automa di Büchi generalizzato con $S = \{a,b,c\}$, $I = \{a\}$, $\Delta = \{(a,b),(b,c),(c,a),(c,c)\}$, $F = \{\{a\},\{c\}\}$ e $L(a) = \alpha$, $L(b) = \beta$, $L(c) = \gamma$. Rappresentare graficamente $\mathcal{A}$ e costruire un automa semplice equivalente ad $\mathcal{A}$.